Segundo Nivel Primer Comunicación

Comenzamos un nuevo ciclo de comunicaciones, intercambios y desafíos.

Y en ese contexto nunca está de más resaltar las enormes ventajas que trae aparejado “hacer” Matemática a través de la resolución de problemas. Diversos autores, tales como George Polya, comenzaron a trabajar sobre la idea de aprender Matemática a través de la resolución de problemas desde la primera mitad del Siglo XX. Muchas de las ideas que se plasmaron en ese momento aún hoy tienen plena vigencia.

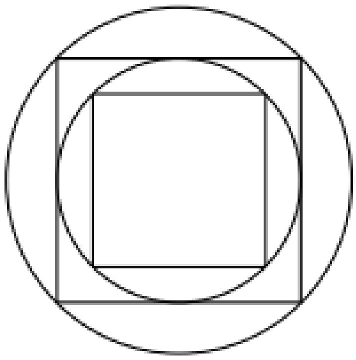
A nadie escapa la idea de que nos encontramos ante un mundo cambiante y en donde el entorno sufre modificaciones que torna necesario desarrollar la capacidad de adaptación a las nuevas situaciones que se presentan. Apostamos a que, con la resolución de situaciones problemáticas, en particular los estudiantes, comprendan el significado del lenguaje matemático, se capaciten en la formulación de conjeturas e hipótesis, para luego, razonadamente, puedan analizar el contexto, producir ideas y conocimientos nuevos, que más tarde aplicarán a diversas situaciones que se les presenten. Ello implica desarrollar la capacidad de discernir entre lo importante y lo superfluo, entre la información adecuada y la información desechable, y de esa manera poder adecuarse a este mundo tan fluctuante que nos toca transitar.

Un capítulo aparte, pero no menos importante, es el del trabajo colaborativo y compartido. Como asegura Roberto Cruz Rodes (2006): “El aprendizaje cooperativo y progresivo de los conocimientos matemáticos contribuirá al desarrollo cognitivo de los estudiantes y a su formación, lo que potenciará capacidades y destrezas básicas como la observación, representación, interpretación de datos, análisis, síntesis, valoración, aplicación, actuación razonable entre otras, (…) y las competencias a desarrollar en la formación del matemático”. Es decir, los estudiantes podrán vivir la resolución de problemas como si fuera el “laboratorio de un matemático”, compartiendo y discutiendo, y de esa manera evaluar los resultados obtenidos, dándole la valoración adecuada a los procesos utilizados para llegar a ellos.

Por último, los queremos alentar a presentarse en todas las categorías de esta competencia, y que podamos compartir un grato momento el día del encuentro en la Facultad.

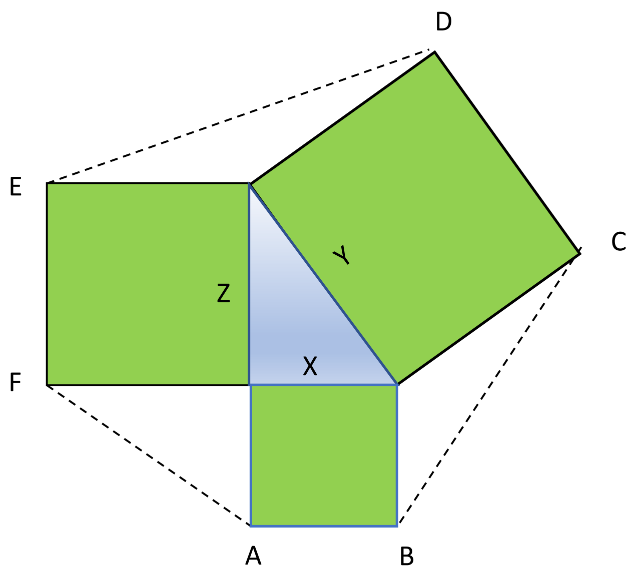
Ahora unos problemas para desarrollar:

1) Un cuadrado de lado 2 cm está inscrito en un círculo, y este círculo está inscrito en otro cuadrado, y a su vez éste, está inscrito en otro círculo, como muestra en la figura. ¿Cuántos centímetros mide el radio del más grande de los círculos?



(Tomado en el examen de la Olimpíada 2023)

2) Partiendo de una de las demostraciones geométricas del Teorema de Pitágoras y, uniendo los vértices “exteriores” de la figura formada, se obtiene un hexágono:

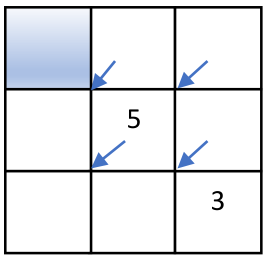


¿Qué expresión algebraica representa el área del hexágono ABCDEF?

3) Gabriel y Claudia apuestan sobre el resultado que se obtiene a partir del lanzamiento de una moneda. Cada uno de ellos ha depositado 20 caramelos. El primero que acierte el resultado de 10 lanzamientos ganará los 40 caramelos depositados. Cuando Gabriel ya ha ganado en 7 lanzamientos y Claudia en 9, deciden repartirse los caramelos proporcionalmente a sus respectivas probabilidades de ganar. ¿Cuántos caramelos se llevará Claudia?

4) ¿Cuál será la suma de las raíces del conjunto de ecuaciones dado por la igualdad $\left|\left|1-|x|\right|-5\right| = 6-\frac{x^2}{3}$?

5) Dentro de cada cuadradito de la figura se deberían escribir los números enteros del 1 al 9 (sin repetir). La suma de los 4 números alrededor de cada uno de los vértices marcados con flechas tiene que ser 20. Los números 3 y 5 ya han sido escritos. ¿Qué número debe ir en la casilla sombreada?



6) En una planta pasteurizadora de leche han entrado 5tn de leche con 6% de grasa, 8tn con 4,5% de grasa y 10tn con 4% de grasa. Si en la elaboración del producto final se mezclan todas las leches recibidas, ¿qué tanto por ciento de grasa contendrá dicha mezcla?

7) Mostrar que la función f: R → R/$f(x) = 1 - x^2$ satisface la relación:
$x^2.f(x) + f(1-x) = 2x - x^4$.

8) Sobre un segmento AB se marca un punto M y se construyen, sobre el mismo segmento, los cuadrados AMCD y BEHM. Luego se trazan las correspondientes

circunferencias circunscriptas a dichos cuadrados, llamando P al punto intersección entre ambas circunferencias (que no se encuentra sobre el segmento AB). ¿Se puede asegurar que los puntos P, C y B están alineados? ¿Por qué?

9) La profe de matemática propuso a sus alumnos de 5°A la siguiente situación problemática: "comenzando desde el 1, calcular la suma de los 2000 primeros números naturales y determinar si la suma de los números pares es igual a la suma de los impares".
Martín, que le encantan los números, respondió que la suma de los primeros 2000 números naturales es igual al doble de la suma de los números impares. ¿será verdad?

10) a y b son números reales distintos de cero que cumplen la siguiente condición: $a/b - b/a = a \cdot b = 1$, ¿cuál será el valor de a^2?

11) ¿Cuál es el tamaño mínimo de una población para que exista, al menos un día al año (considerando el año de 365 días), la coincidencia de la fecha de cumpleaños de 10 personas?

Respuestas:

1) 2cm

2) una de las expresiones del área del hexágono podrá ser $x^2+y^2+z^2+2xz$

3) Claudia se llevará 30 caramelos

4) la suma es 0

5) debe ir el número 7

6) 4,6% aproximadamente

8) los puntos están alineados

9) No es verdad, la S_{2000} es 2.001.000 y la suma de los impares es 1.000.000

10) $a^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

11) 3651 personas.