

Les presentamos un problema con tres soluciones distintas. El desafío consiste en seleccionar la respuesta que consideren correcta (si es que existe), justificando o corrigiendo cada uno de los pasos, según corresponda.

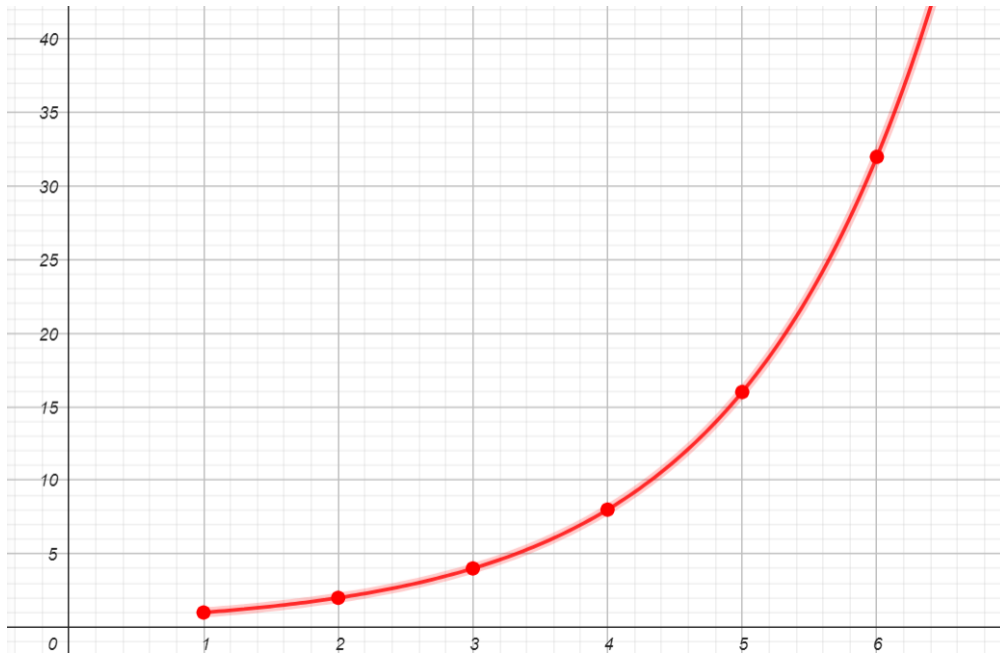
Para pertenecer a un club cada nuevo socio debe pagar a cada miembro del club, como cuota de inscripción, la misma cantidad que él tuvo que pagar en total cuando ingresó, más un dólar. Si el primer socio pagó un dólar, ¿Cuánto deberá pagar en total el n-ésimo socio?

Solución 1

Armamos una tabla, donde x es el número de socio y $C(x)$ que es la cuota que debe pagar en total de inscripción.

Ahí nos dimos cuenta que lo podíamos pensar como una función, que también la graficamos

Número de socio x	Cuota de inscripción (en dólares)
1	1
2	$2 = 1 + 1$
3	$4 = 1 + 2 + 1$
4	$8 = 4 + 2 + 1 + 1$
5	$16 = 1 + 2 + 4 + 8 + 1$
6	$32 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 1$
...	...
X	2^{x-1}



Llegamos a la conclusión que el n-ésimo socio deberá pagar en total el equivalente a $C(x) = 2^{x-1}$ en dólares, siendo x el número de socio.

Solución 2

Llamamos n al número de socio y a_n a la cuota de inscripción que debe pagar en total el n-ésimo socio. Consideramos también que deben existir por lo menos dos socios.

Mostramos, lo que debería pagar de inscripción cada socio.

$$a_1 = 1 \text{ dólar}$$

$$a_2 = a_1 + 1 = 1 + 1 = 2 \text{ dólares}$$

$$a_3 = (a_1 + 1) + (a_2 + 1) = (1 + 1) + (2 + 1) = 5 \text{ dólares}$$

$$a_4 = (a_1 + 1) + (a_2 + 1) + (a_3 + 1) = (1 + 1) + (2 + 1) + (5 + 1) = 11 \text{ dólares}$$

$$a_5 = (a_1 + 1) + (a_2 + 1) + (a_3 + 1) + (a_4 + 1)$$

$$= (1 + 1) + (2 + 1) + (5 + 1) + (11 + 1) = 23 \text{ dólares}$$

Operando nos dimos cuenta que podemos expresarlo de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} 2 + 3 \cdot (2^3 - 1) &= \\ = 2 + 3 \cdot 2^3 - 3 &= \\ = 3 \cdot 2^3 - 1 & \end{aligned}$$

Y si lo generalizamos para cualquier número de socios, se obtiene: $a_n = 3 \cdot 2^{n-2} - 1$

Por lo tanto, el n-ésimo socio deberá pagar en total el equivalente a $a_n = 3 \cdot 2^{n-2} - 1$ en dólares, siendo **n** el número de socio.

Solución 3

Calculamos la suma de dinero que deberán pagar en total los primeros socios.

Primer socio: 1 dólar



Segundo socio: 2 dólares = 2 dólares



Tercer socio: 3 dólares + 3 dólares = 6 dólares



Cuarto socio: 4 dólares + 4 dólares + 7 dólares = 15 dólares



Quinto socio: 5 dólares + 5 dólares + 8 dólares + 16 dólares = 34 dólares



Sexto socio: 6 dólares + 6 dólares + 9 dólares + 17 dólares + 35 dólares = 73 dólares



Séptimo socio: 7 dólares + 7 dólares + 10 dólares + 18 dólares + 36 dólares + 74 dólares = 152 dólares



Observando los resultados, nos dimos cuenta que cada uno de los números es aproximadamente el doble del anterior, más un crecimiento adicional. Pero no se puede encontrar una fórmula que relacione al n-ésimo socio con el dinero que debe pagar como cuota de inscripción.