

## Segundo Nivel Segunda comunicación

Esta es la segunda comunicación que tenemos en este año. Suponemos que todos estarán trabajando para presentarse a nuestros encuentros presenciales y ello les llevará bastante tiempo de elaboración y producción.

Como en las entregas anteriores queremos alentarlos a que busquen en cuál de las categorías que se proponen en este certamen se sienten más cómodos para poder comunicar los que saben y que, además, puedan compartirlo con los demás. Enfrentar en soledad es todo un desafío, coordinar la resolución de problemas en grupo, también lo es y presentar a través del trabajo colaborativo una construcción colectiva y creativa, aún más. Pero, nosotros confiamos en la calidad de nuestros estudiantes y en la capacidad de nuestros docentes argentinos para estimular y acompañar a sus alumnos en esta acción.

Aunque la mayor parte del conocimiento matemático está construido por el mundo científico, siempre encuentran las personas de espíritu joven una nueva manera de encararlo, reconstruirlo y comunicarlo. A ello apelamos fundamentalmente con estas actividades.

Por ello los invitamos a que sigan curioseando en el universo de los problemas, que acepten el desafío de innovar, que busquen respuestas que los conformen y/o satisfagan y que no se desencanten cuando la tarea se torne demasiado compleja: poder abordar la conflictividad ya es todo un logro y gran parte del camino para encontrar una respuesta adecuada ya está realizado.

Ahora nuestra propuesta de situaciones problemáticas a resolver:

1) La ecuación  $ax^2 + bx + c = 0$  tiene la particularidad que todos sus coeficientes son enteros positivos. Se conoce también que la suma de esos coeficientes es igual a 10. ¿Son suficientes esos datos para calcular todas las soluciones racionales de la ecuación? En caso negativo, explique claramente las razones que lo impiden. En caso positivo, calcule dichas soluciones. (Tomado en la categoría examen 2015)

2) Se sabe que la composición de dos funciones  $f(x)$  y  $g(x)$ , en ese orden, es  $g(x) \circ f(x) = x^2 + 2x + 1$ . Si  $f(x) = x^2 - 2x + 1$  y la composición de funciones se puede efectuar, ¿qué expresión analítica tendrá  $g(x)$ ?

3) En un sistema de ejes cartesianos se necesita ubicar el último tramo del recorrido de ciertos vectores. El camino se inicia en el punto  $(-1,3)$ , luego se pasa al punto  $(2,2)$ , para seguir por  $(-3,5)$ , pasar por el punto  $(8,4)$ , para volver al punto  $(-1,3)$ . ¿Qué vector representa ese último tramo del recorrido? La suma de todos los vectores del recorrido es igual al vector nulo (deben comprobarlo), pero la distancia recorrida no es 0, ¿Cuál será esa distancia?

4) Martín está preparando sus próximas vacaciones y decide visitar España; elige 5 ciudades: Barcelona, Valencia, Córdoba, Madrid y Granada.

No quiere repetir ciudades y como todavía no compró el pasaje de avión, puede empezar y terminar en cualquiera de las ciudades. ¿Entre cuántas rutas diferentes podrá elegir? (Se supone que todas las ciudades cuentan con aeropuerto).

5) La intensidad del sonido  $I$  se puede expresar en decibeles (dB) por encima del umbral de audición estándar  $I_0$  y, para poder realizar esta medición se utiliza la siguiente función logarítmica:

$$I(\text{dB}) = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

Si se registra una intensidad de sonido de 10.000 veces el umbral de audición, ¿Cuál será la intensidad en decibeles?

Ahora bien, el rango de audición humano va de los 0 a 120 -140 dB.

A nivel mundial se utiliza la siguiente tabla para cuantificar las medidas del sonido.

Nivel de sonido	Umbral de audición	Respiración Normal	Susurro	Conversación	Tráfico urbano	Concierto de Rock	Disparo de un arma
Decibeles (dB)	0	10	30	60	90	120	140

Teniendo en cuenta la tabla anterior, en un concierto de rock, la intensidad del sonido que se registra equivale ¿a cuántas veces el umbral de audición?

6) A Matilda la profesora de Matemática le ofreció levantar la nota del trimestre si podía determinar todos los valores naturales de  $n$  para los cuales la expresión  $x = \frac{n+99}{n+19}$  corresponde a un número entero. Ella respondió que sólo había dos posibilidades. ¿Cómo crees que le habrá ido con la nota del trimestre?, ¿por qué?

7) Marta y Gabriel todos los fines de semana salen a correr. El recorrido que realizan siempre es el mismo, saliendo desde la estación de Lomas.

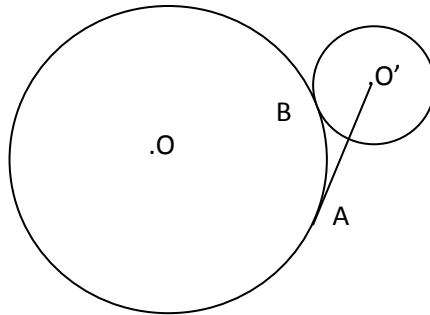
Marta, aprovechó que Gabriel se estaba atando los cordones de las zapatillas y salió primera a una velocidad de 5 metros/segundo. Treinta segundos más tarde, sale Gabriel, siguiendo la misma trayectoria que Marta pero a una velocidad de 6 metros/segundo.

Marta dice que Gabriel la alcanzó a 10 cuadras de la estación de Lomas, ¿será verdad?

8) Una persona invierte cierta cantidad de dinero en un nuevo producto que recién ha salido al mercado, obteniendo un 5% de beneficio. Por otra inversión en un segundo producto, que es sustituto del anterior, obtiene un beneficio del 3,5%.

Sabiendo que en total invirtió \$10000, y que los beneficios de la primera inversión superan en \$300 a los de la segunda, ¿cuánto dinero habrá invertido esa persona en cada producto?

9) La circunferencia de centro  $O'$  tiene un radio de 1cm y es tangente a la circunferencia de centro  $O$ .  $B$  es el punto de tangencia y  $O'A$  es tangente a la circunferencia de centro  $O$ . El punto de tangencia es  $A$ . Si se sabe que el segmento  $O'A$  mide 3cm, ¿cuánto medirá el radio de la circunferencia de centro  $O$ ?

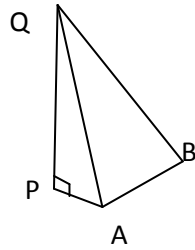


10) Para recorrer un determinado trayecto, una compañía aérea decide ofertar, a lo sumo, 5000 plazas de dos tipos: T (turista) y P (primera). La ganancia correspondiente a cada plaza de tipo T es de \$3000, mientras que la ganancia del tipo P es de \$4000.

El número de plazas tipo T no puede exceder de 4500 y el del tipo P, debe ser, como máximo, la tercera parte de las del tipo T que se oferten.

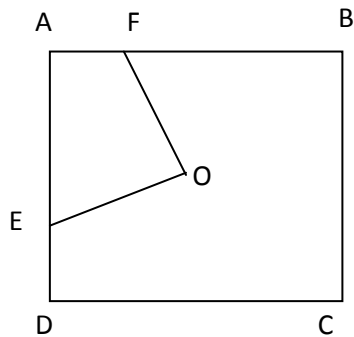
¿Cuántas plazas de cada tipo tienen que ofertarse para que la ganancia de la compañía aérea sea máxima?

11) Para medir la altura de una montaña, PQ, se han tomado dos puntos de referencia A y B, como se muestra en la figura, separados por 250m. Si se hacen las mediciones de algunos ángulos vinculados a ella, resultando que  $PAQ = 60^\circ$ ,  $QAB = 65^\circ$  y  $ABQ = 80^\circ$ . ¿Cuál será la altura de la montaña?



12) Se necesita definir una función de  $A$  en  $A$  de manera tal que la ecuación  $f(x) = x$  no tenga solución. Si el conjunto  $A$  tiene 4 elementos, ¿cuántas funciones  $f(x)$  distintas se pueden definir?, ¿y si el conjunto  $A$  tiene  $n$  elementos?

13) En el cuadrado de la figura, de 100cm de lado, el punto  $O$  es la intersección de las diagonales del mismo. El área del cuadrilátero  $AFOE$  es igual a la quinta parte del total del área del cuadrado y el segmento  $AF$  mide 17cm. ¿Qué longitud deberá tener el segmento  $DE$  para que esas relaciones se cumplan?



14) Marcelo y Hernán son dos empresarios que fabrican fideos de sémola. Las ganancias de Marcelo están dadas por la función  $G(x) = -x^2 + 9x - 8$ , donde  $x$  representa los miles de kilogramos vendidos y  $G(x)$  las ganancias en miles de pesos.

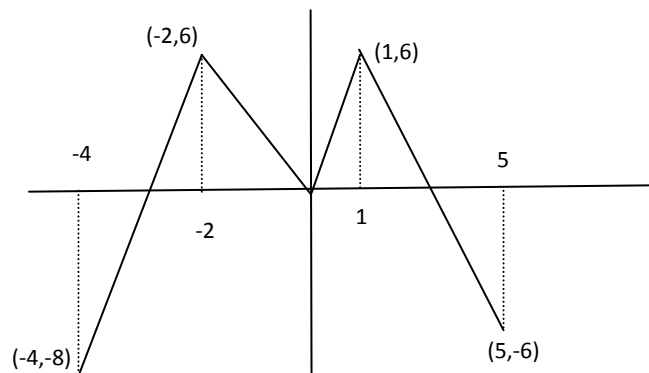
La función que permite medir el comportamiento de las ganancias de Hernán es lineal. Se sabe que la ganancia es de \$6000 cuando vende 2000 kilogramos de fideos y en cambio gana \$ 10.000 cuando vende 4.000 kilogramos.

a) Determinar la fórmula correspondiente a la función ganancia  $B(x)$  de la empresa de Hernán, donde  $x$  represente los miles de kilogramos vendidos y  $B(x)$  las ganancias en miles de pesos

b) ¿Qué cantidad de kilogramos de fideos de sémola debería vender Marcelo para que su ganancia sea máxima?, ¿cuál sería esa ganancia?

c) ¿Cuántos kilogramos de fideos deberían vender ambas empresas para que las ganancias sean las mismas?

15) La gráfica que aparece a continuación representa una función  $f(x)$ . ¿Cuáles serán todas las soluciones de la ecuación  $f(f(x)) = 6$ ?



### Respuestas

1) Si, son suficientes. Las soluciones racionales serían: -1 y -4 ; -1 y -3/2 ; -2/3 y -1 ; -1/4 y -1

2)  $g(x) = (\sqrt{x} + 2)^2$

3) Vector (-9,-1), recorrido total  $\sqrt{10} + \sqrt{34} + \sqrt{122} + \sqrt{82}$

- 4) 120 rutas
- 5) 40 db y  $x = 10^{12}$
- 6) En realidad son tres los valores de n: 1, 21, 61
- 7) Marta no dice la verdad
- 8) \$ 7.647,06 y \$ 2.352,94 (Aproximadamente)
- 9)  $r = 4$  cm
- 10) 4500 clase turista y 500 Primera clase
- 11) Aproximadamente 371,73m
- 12) 81,  $(n - 1)^n$
- 13) DE = 37 cm
- 14)  $B(x) = 2x + 2$ ; debería vender 4500 kg; ganancia máxima \$ 12.250; para que las ganancias fuesen las mismas debería vender 2000 kg o 5000 kg
- 15)  $x_1 = -22/7$ ,  $x_2 = 1/6$  y  $x_3 = 8/3$